ตัวแบบทางคณิตศาสตร์สำหรับปรับสมดุลงานในปัญหาการเดินทางของพนักงานขาย กรณีหลายคนด้วยหลักการค่าน้อยสุดของค่ามากสุด

อภิศักดิ์ วิทยาประภากร[*1]
มหาวิทยาลัยพะเยา 19 หมู่ 2 ตำบลแม่กา อำเภอเมือง จังหวัดพะเยา 56000
และ พีรยุทธ์ ชาญเศรษฐิกุล[2]
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ 50 แขวงลาดยาว เขตจตุจักร กรุงเทพมหานคร 10900

บทคัดย่อ

งานวิจัยชิ้นนี้ได้นำเสนอตัวแบบสำหรับการปรับสมดุลระยะการเดินทางในปัญหาการเดินทางของพนักงานขายกรณีหลายคนทั้งหมด 2 ตัวแบบ โดยอาศัยหลักการค่าน้อยสุดของค่ามากสุด ซึ่งตัวแบบที่ 1 เป็นตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่มีจำนวนตัวแปรทั้งหมด $(m+1)n^2+1$ ตัว โดยที่ m เป็นจำนวนของพนักงานขาย และ n เป็นจำนวนสถานี โดยคำตอบที่ได้จะเป็นคำตอบที่ไม่เกิดทัวร์ย่อย ส่วนตัวแบบที่ 2 เป็นตัวแบบการจำลองหาคำตอบผ่านฟังก์ชั่น Evolutionary ในโปรแกรม Excel Solver เพื่อรองรับการหาคำตอบในกรณีที่ปัญหามีขนาดใหญ่ โดยมีตัวแปรทั้งหมด m+n-2 ตัว เพียงแต่คำตอบที่ได้จะไม่การันตีว่าจะเป็นค่าที่ดีที่สุด ซึ่งทั้ง 2 ตัวแบบจะมีขั้นตอนการหาคำตอบที่เหมือนกันคือ ขั้นที่ 1 เป็นการใช้หลักการค่าน้อยสุดของค่ามากสุดเพื่อค้นหาค่าที่น้อยที่สุดของพนักงานที่มีการเดินทางมากที่สุดก่อน ส่วนขั้นที่ 2 เป็นการปรับให้ระยะทางรวมมีค่าน้อยที่สุดเท่าที่เป็นไปได้ โดยอาศัยการนำคำตอบจากขั้นตอนที่ 1 มากำหนดเป็นขอบเขตบนของระยะการเดินทางในพนักงานทุกๆ คน แล้วหาคำตอบ

คำสำคัญ: ปัญหาการเดินทางของพนักงานขายหลายคน, ค่าน้อยสุดของค่ามากสุด, การกำจัดทัวร์ย่อย, จัดสมดุลระยะทาง

* Corresponding author. E-mail: aphisak.wi@up.ac.th, pound_naja@hotmail.com
[1] อาจารย์ สาขาวิศวกรรมอุตสาหการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยพะเยา
[2] รองศาสตราจารย์ ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

A Mathematical Model for Balancing the Work Load of Multiple Traveling Salesman Problem Using the Minimax Theorem

Apisak Vittayaprapakorn[*1]
School of Engineering, University of Phayao,
19 Moo 2 Tambon Maeka Amphur Muang Phayao 56000
and Peerayuth Charnsethikul[2]
Faculty of Engineering, Kasetsart University,
50 Ngam Wong Wan Road Ladyaow Chatuchak Bangkok 10900

Abstract

This research aims to present two models for balancing distance in the case of multiple traveling salesman problem (mTSP), by applying the Minimax theorem as the fundamental framework. The first is the mathematical model in which all variables hold that (m+1) n^2+1, given 'm' for salesmen and 'n' for stations. As a result of the first model, the answer obtained did not cause sub-tour. The second is a simulation model, which simulates answer through the Evolutionary function in Microsoft Excel Solver in order to solve large- scale problems. Having all of the variables as m+n-2, and according to the results we found, however, does not guarantee as the optimization. It was found in this study that both models had the same steps in finding the answer; the first step was by applying the Minimax theorem for finding the minimum value from the salesman that travelled the longest distance. The second step was by minimizing the total distance by taking the answer from the first step to be set as the upper bound of all salesmen's distances and then find the answer.

Keywords: multiple traveling salesman problem, Minimax, sub-tour elimination, distance balancing

* Corresponding author. E-mail: aphisak.wi@up.ac.th, pound_naja@hotmail.com
[1] Lecturer in School of Engineering, University of Phayao
[2] Associate Professor in Faculty of Engineering, Kasetsart University

1. บทนำ

ในอดีตที่ผ่านมาการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์สำหรับปัญหาการเดินทางของพนักงานขายกรณีพนักงานหลายคน จะเป็นการตั้งเป้าหมายให้ระยะการเดินทางรวมของพนักงานทุกคนสั้นที่สุดเป็นหลัก ทำให้การกระจายภาระงานหรือระยะทางของพนักงานแต่ละคนอาจจะไม่สมดุลกัน ซึ่งเกิดปัญหาในความเป็นจริงเพราะการทำงานจริงพนักงานทุกคนควรจะรับภาระงานที่เท่าๆกัน พร้อมทั้งระยะทางก็ควรจะน้อยเท่าที่เป็นไปได้

จากปัญหาที่ได้กล่าวมาทำให้ผู้วิจัยมีแนวความคิดที่จะสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์สำหรับแก้ไขปัญหาการเดินทางของพนักงานขายกรณีพนักงานหลายคน โดยมุ่งเน้นไปที่การกระจายงานต้องสมดุลและระยะทางรวมก็ต้องน้อยที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ เพื่อให้เหมาะสมกับความเป็นจริงมากกว่าตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่เคยมีมา

งานวิจัยชิ้นนี้ได้ทำการทดลองประมวลผลหาคำตอบของตัวแบบทางคณิตศาสตร์ผ่าน Gurobi Solver [1] เนื่องจากได้มีการทดสอบเปรียบเทียบหาประสิทธิภาพและประสิทธิผลในปี 2013 โดย Bernhard Meindl พบว่าเป็นซอฟต์แวร์สำหรับการประมวลผลหาคำตอบสำหรับตัวแบบทางคณิตศาสตร์ประเภท Mix Integer Programming ที่มีประสิทธิภาพและประสิทธิผลที่สูง[2] เมื่อเทียบกับซอฟต์แวร์ประมวลผลชนิดต่างๆ โดยผลคำตอบที่ได้จะถูกนำมาเปรียบเทียบกับคำตอบที่ได้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของ Dantzig เพื่อดูว่ามีการกระจายของภาระงานที่ดีขึ้นหรือไม่ นอกจากนั้นแล้วในส่วนของงานวิจัยยังได้นำเสนอตัวแบบการจำลองหาคำตอบสำหรับฟังก์ชัน Evolutionary ในโปรแกรม Excel Solver สำหรับบุคคลทั่วไปสามารถนำไปประยุกต์ใช้งานเพื่อหาคำตอบขั้นต้นได้

2. ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ปัญหาการเดินทางของพนักงานขายหลายคน (mTSP) เป็นปัญหาที่ขยายขึ้นมาจากปัญหาการเดินทางของพนักงานขายคนเดียว (TSP) โดยรูปแบบของปัญหา เป็นการหาเส้นทางการส่งสินค้าของพนักงานขายมากกว่า 1 คนให้มีระยะการเดินทางรวมน้อยที่สุด โดยมีเงื่อนไขดังต่อไปนี้คือ ต้องเดินทางส่งสินค้าให้ครบทุกจุดรับสินค้า, จุดรับสินค้าจะมีการรับสินค้าแค่ 1 ครั้ง, พนักงานขายจะไม่ไปส่งสินค้าที่จุดเดียวกัน และพนักงานขายมีจุดตั้งต้นและจุดสุดท้ายของการเดินทางคือคลังสินค้า [3] [4] โดยมีประวัติการวิจัยสำคัญเกี่ยวกับการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์รูปแบบต่างๆ ดังต่อไปนี้

ในปี 1954 Dantzig ได้มีการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์สำหรับหาคำตอบ ซึ่งตัวแบบจะมีรูปแบบเป็น Integer Programing โดยมีการตั้งเป้าหมายให้มีระยะทางรวมสั้นที่สุด และจะต้องมีการเพิ่มเงื่อนไขกำจัดทัวร์ย่อยจนกว่าคำตอบที่ได้จะไม่มีทัวร์ย่อย [5]

เพื่อกำจัดปัญหาทัวร์ย่อย จึงได้มีการสร้างเงื่อนไขเพื่อกำจัดปัญหาทัวร์ย่อยในปี 1960 โดย Miller ซึ่งเงื่อนไขที่เพิ่มขึ้นมาจะมีตัวแปรที่เรียกว่า node potentials (ตัวแปร u) เป็นตัวแปรที่มีค่าเป็นจำนวนจริงและมากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ ทำให้ตัวแบบที่เพิ่มเงื่อนไขนี้เข้าไปจะมีรูปแบบเป็น Mix Integer Programing นอกจากนั้นแล้วยังสามารถกำหนดขอบเขตบนของจำนวนเมืองที่จะเดินทางผ่านค่า p ในสมการเงื่อนไขได้อีกด้วย [6]

ในส่วนการสร้างเงื่อนไขกำจัดปัญหาทัวร์ย่อยก็มีการนำเสนอเพิ่มเติมโดย Gavish ในปี 1976 ซึ่งหลักการจะเหมือนกับเงื่อนไขของ Miller เพียงแต่เปลี่ยนจากค่า p เป็น n-m โดยให้ค่า n คือจำนวนเมือง และ m คือจำนวนของพนักงานขาย โดยที่ m มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 2 [7]

ในปี 1980 Laporte และ Nobert ได้นำเสนอตัวแบบทางคณิตศาสตร์กรณีเพิ่มเงื่อนไขค่าต้นทุนคงที่เข้ามา โดยตัวแบบที่นำเสนอนั้นจะแบ่งออกเป็น 2 ตัวแบบคือ รูปแบบสมมาตร และรูปแบบไม่สมมาตร [8]

ในปี 1985 Kulkarni ก็ได้มีการนำเสนอตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่เพิ่มเงื่อนไขมีคลังสินค้ามากกว่า 1 แห่ง โดยแบ่งออกเป็น 2 ตัวแบบคือ รูปแบบที่จุดตั้งต้นกับจุดสุดท้ายของการเดินทางไม่จำเป็นต้องเป็นจุดเดียวกัน และรูปแบบที่จุดตั้งต้นกับจุดสุดท้ายต้องเป็นจุดเดียวกัน [9]

ต่อมาในปี 2004 Kara และ Bektas ได้มีการดัดแปลงเงื่อนไขกำจัดทัวร์ย่อยของ Miller ให้สามารถกำหนดขอบเขตล่าง ของจำนวนเมืองที่จะเดินทางได้ [10]

จากงานวิจัยเชิงตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านมานั้นจะเห็นได้ว่าไม่มีงานวิจัยชิ้นไหนทำการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์สำหรับกระจายงานให้พนักงานขายกรณีหลายคนให้มีความสมดุลเลย จึงทำให้ผู้วิจัยมีแนวความคิดที่จะสร้างตัวแบบขึ้นมาโดยเน้นไปที่การจัดสมดุลให้พนักงานขายพร้อมทั้งให้มีระยะทางรวมน้อยที่สุดเท่าที่เป็นไปได้

จากแนวความคิดดังกล่าวทางผู้วิจัยจึงทำการศึกษาค้นคว้างานวิจัยที่เกี่ยวกับการกระจายระยะการเดินทางของ

พนักงานขายนอกจากรูปแบบที่เป็นตัวแบบทางคณิตศาสตร์พบว่ามีงานวิจัยของ Xu Hong-li ซึ่งวิจัยในปี 2009 ที่คล้ายกับแนวคิดของผู้วิจัย โดยงานวิจัยจะเป็นการนำเสนอการกระจายภาระงานโดยมีเป้าหมาย 2 เป้าหมายคือกระจายจำนวนเมืองที่ต้องเดินทาง และจัดสมดุลระยะทางโดยใช้ Hybrid Algorithm เป็นเครื่องมือค้นหาคำตอบ[11] ซึ่งต่างจากงานของผู้วิจัยที่ต้องการเน้นไปในส่วนของการจัดสมดุลระยะทางโดยไม่ได้พิจารณาในส่วนของจำนวนเมืองที่ต้องเดินทาง ส่วนวิธีการค้นหาคำตอบเป็นการใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอการประยุกต์ใช้ฟังก์ชัน Evolutionary ของโปรแกรม Excel เพิ่มเติมดังนั้นจึงกล่าวได้ว่าเป็นงานวิจัยชิ้นแรกที่ได้ค้นคว้ามาในแนวทางของการจัดสมดุลเส้นทางผ่านการใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ และประยุกต์ใช้ฟังชันก์ Evolutionary ของ Excel Solver ในการจัดสมดุลระยะทาง

ในการส่วนของการเปรียบเทียบผลคำตอบผู้วิจัยจะใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์พื้นฐานของ Dantzig มาประมวลผลหาคำตอบเปรียบเทียบในเรื่องของการกระจายภาระงานและระยะทางที่เพิ่มขึ้น โดยตัวแบบของ Dantzig แสดงได้ดังต่อไปนี้

ตัวแปรที่ใช้

x_{ij} = ตัวแปรตัดสินใจสำหรับเลือกหรือไม่เลือกจากจุด i ไปยังจุด j (i เป็นดัชนีแสดงจุดที่พนักงานขายเดินทางออก และ j เป็นดัชนีแสดงจุดที่พนักงานขายเดินทางเข้า) โดยมีค่าเป็น 0,1

c_{ij} = ระยะทางจากจุด i ไปจุด j

n = จำนวนจุดรับสินค้ารวมกับคลังสินค้า

m = จำนวนของพนักงานขาย

S = จำนวนจุดที่มีรูปแบบเซ็ตคำตอบเป็นทัวร์ย่อยซึ่งไม่เชื่อมต่อกับจุดตั้งต้น

V = เซ็ตของจุดรับสินค้า

สมการเป้าหมาย

$$\text{Minimize} \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \tag{1}$$

คือ การตั้งให้เป้าหมายมีระยะทางรวมที่สั้นที่สุด

ภายใต้เงื่อนไข

$$\sum_{j=2}^{n} x_{1j} = m \tag{2}$$

คือ การกำหนดให้จุดคลังสินค้าต้องมีพนักงานขายเดินทางออกเป็นจำนวน m

$$\sum_{j=2}^{n} x_{j1} = m \tag{3}$$

คือ การกำหนดให้จุดคลังสินค้าต้องมีพนักงานขายเดินทางกลับเข้ามาเป็นจำนวน m

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \quad \text{สำหรับ } \forall j, \mathrm{j} \geq 2$$

(4)

คือ การให้จุดรับสินค้าแต่ละจุดมีการเดินทางออกได้เพียง 1 ครั้ง

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1 \quad \text{สำหรับ } \forall i, \mathrm{i} \geq 2$$

(5)

คือ การให้จุดรับสินค้าแต่ละจุดมีการเดินทางเข้าได้เพียง 1 ครั้ง

$$\sum_{i \in S}\sum_{j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1, \forall \mathrm{S} \subseteq \mathrm{V} \backslash \{1\}, S \neq \phi \tag{6}$$

คือ สมการที่ใช้สำหรับการกำจัดทัวร์ย่อยที่เกิดขึ้น

สำหรับการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์เพื่อจัดสมดุลการเดินทาง ผู้วิจัยได้ศึกษาเทคนิคการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์จากหนังสือModel building in mathematical programming 5th edition ทำให้ทราบถึงวิธีการประยุกต์ใช้หลักการของ Minimax เพื่อใช้จัดสมดุลภาระงานผ่านตัวแบบทางคณิตศาสตร์[12] นอกจากนั้นแล้วเพื่อให้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่สามารถกำหนดเป้าหมาย 2 เป้าหมายได้พร้อมๆ กัน คือการกระจายงานต้องสมดุลและระยะทางรวมก็ต้องน้อยที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ ทำให้ทางผู้วิจัยต้องไปศึกษาเพิ่มเติมในส่วนของทฤษฎี Goal Programming ซึ่งเป็นวิธีการหาคำตอบสำหรับตัวแบบทางคณิตศาสตร์ในกรณีที่มีเป้าหมายมากกว่า 1 เป้าหมายขึ้นไป จาก หนังสือสร้างแบบจำลองเพื่อการตัดสินใจ Optimization Modeling ด้วย Excel (Solver) [13] และหนังสือ Spreadsheet Modeling & Decision Analysis Sixth Edition [14] ในบทของ Goal Programming พบว่าการกำหนด 2 เป้าหมายนั้นสามารถทำได้หลายวิธี แต่วิธีที่ผู้วิจัยได้นำมาใช้คือการกำหนดเป้าหมายตามลำดับขั้นความสำคัญ โดยผู้วิจัยได้ให้ความสำคัญของการกระจายงานต้องสมดุลเป็นอันดับแรก และระยะทางรวมก็ต้องน้อยที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้เป็นอันดับที่สอง

จากเทคนิคและวิธีการกำหนดเป้าหมายที่ได้กล่าวมาข้างต้น จึงทำให้การหาคำตอบผ่านตัวแบบทางคณิตศาสตร์ต้องแบ่งตัวแบบออกเป็น 2 ตัวแบบและหาคำตอบ 2 ขั้นตอนซึ่งสามารถอธิบายได้ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การกระจายงานเพื่อจัดสมดุลระยะทางของพนักงานขายแต่ละคน โดยมีวิธีการคือหาค่า T หรือค่า Minimax จากตัวแบบที่ 1 เพื่อนำค่า T ที่ได้ไปสร้างเป็นขอบเขตบนในตัวแบบที่ 2

ขั้นตอนที่ 2 การทำให้ผลรวมของระยะทางน้อยที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ โดยทำการสร้างตัวแบบที่ 2 ผ่านการเปลี่ยนเป้าหมายของตัวแบบแรกจากการหาค่า T ให้เป็นการหาผลรวมที่น้อยที่สุดแทน พร้อมเปลี่ยน T จากตัวแปรให้เป็นค่าคงที่ ที่หาได้จากตัวแบบแรกไปเพิ่มเป็นเงื่อนไขสำหรับตัวแบบที่สองเพื่อสร้างขอบเขตบนระยะการเดินทางของพนักงานขายแต่ละคน

โดยตัวแบบแรกสำหรับหาค่า T สามารถที่จะ อธิบายได้ดังนี้

ตัวแปรที่ใช้

x_{ijk} = ตัวแปรตัดสินใจสำหรับเลือกหรือไม่เลือกเชื่อมต่อเส้นทางจาก i ไป j ของพนักงานคนที่ k มีค่าเป็น 0,1

y_{ij} = จำนวนวัตถุที่ไหลจาก i ไป j เป็นตัวแปรสำหรับการกำจัดทัวร์ย่อย

T = เป็นตัวแปรเพื่อใช้ในการหาคำตอบและกระจายระยะการเดินทางตามหลักค่าน้อยสุดของค่ามากสุด (Minimax)

สมการเป้าหมาย

$$\text{Min } T \tag{7}$$

ตั้งเป้าหมายหาค่า T ที่น้อยที่สุดตามหลักค่าน้อยสุดของค่ามากสุด

ภายใต้เงื่อนไข

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ijk} = \sum_{i=1}^{n} x_{jik} \quad \text{สำหรับ } \forall j \forall k,\ j \ge 1, k \ge 1 \tag{8}$$

คือ การกำหนดให้ถ้ามีการเดินทางมายังสถานีงานใดๆ ก็ต้องเดินทางออกด้วยสำหรับทุกๆ พนักงาน k ในทางตรงข้ามถ้าไม่มีการเดินทางมายังสถานีงานใดๆ ก็ย่อมไม่มีการเดินทางออกด้วยเช่นกัน

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} x_{ijk} = 1 \quad \text{สำหรับ } \forall j,\ j \ge 2 \tag{9}$$

คือ กำหนดให้ต้องมีการสร้างเส้นทางออกจากสถานีงานทุกๆสถานีเป็นจำนวน 1 เส้นทางยกเว้นสถานีตั้งต้น

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} x_{ijk} = 1 \quad \text{สำหรับ } \forall i, \mathrm{i} \ge 2 \tag{10}$$

คือ กำหนดให้ต้องมีการสร้างเส้นทางเข้ามายังสถานีงานทุกๆสถานีเป็นจำนวน 1 เส้นทางยกเว้นสถานีตั้งต้น

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} x_{1jk} = m \tag{11}$$

คือ กำหนดให้ต้องมีการเดินทางออกจากสถานีตั้งต้นเป็นจำนวน m ครั้ง เท่ากับจำนวนของพนักงาน

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} x_{i1k} = m \tag{12}$$

คือ กำหนดให้ต้องมีการเดินทางเข้ามายังสถานีตั้งต้นเป็นจำนวน m ครั้ง เท่ากับจำนวนของพนักงาน

$$\sum_{j=1}^{n} y_{1j} = n + m - 1 \tag{13}$$

คือ กำหนดให้มีวัตถุไหลออกจากจุดตั้งต้นเท่ากับ n+m-1 สำหรับเป็นเงื่อนไขให้มีการนำวัตถุไปส่งยังทุกๆสถานี และมีวัตถุเหลือ m วัตถุเพื่อกลับมายังสถานีตั้งต้น

$$\sum_{i=1}^{n} y_{i1} = m \tag{14}$$

คือ กำหนดให้ต้องมีวัตถุกลับมาที่จุดตั้งต้น m วัตถุ

$$\sum_{i=1}^{n} y_{ij} = \sum_{i=1}^{n} y_{ji} + 1 \quad \text{สำหรับ } \forall j, \mathrm{j} \ge 2 \tag{15}$$

คือ กำหนดให้ต้องมีการนำส่งวัตถุไปยังทุกสถานี โดยจำนวนไหลเข้าสถานีต้องเท่ากับจำนวนไหลออกจากสถานีรวมกับวัตถุที่ต้องส่ง ณ สถานีนั้นๆ เพื่อเป็นการกำจัดทัวร์ย่อย

$$y_{ij} \le (\mathrm{n+m-1}) \sum_{k=1}^{m} x_{ijk}$$
$$\text{สำหรับ } \forall i \forall j, \mathrm{i} \ge 1, \mathrm{j} \ge 1 \tag{16}$$

คือ การเชื่อมตัวแปร x และ y เข้าด้วยกันโดยเป็นเงื่อนไขว่า x_{ij} จะมีค่าเป็น 1 ได้จะต้องมีวัตถุไหลจาก i ไป j ด้วย โดยจำนวนวัตถุที่ไหลจะไม่มีทางเกินค่า n+m-1

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ijk} \le T \quad \text{สำหรับ } \forall k, \mathrm{k} \ge 1 \qquad (17)$$

คือ กำหนดให้ระยะทางรวมของพนักงานคนที่ k มีน้อยกว่าค่า T เพื่อเชื่อมโยงไปยังเป้าหมายของตัวแบบในการกระจายระยะทางตามหลักค่าน้อยสุดของค่ามากสุด ในตัว

แบบที่หนึ่งสมการเงื่อนไขที่ 13 14 15 และ 16 คือสมการเงื่อนไขที่ทำหน้าที่ไม่ให้เกิดทัวร์ย่อย

หลังจากได้ค่า T จากตัวแบบที่หนึ่งเรียบร้อยแล้ว ผู้วิจัยได้นำค่า T ที่ได้ไปกำหนดเงื่อนไขให้พนักงานแต่ละคนเดินทางได้ระยะทางไม่เกิน T ในตัวแบบที่สองโดยการเปลี่ยนเป้าหมายจากการหาค่า T น้อยที่สุดให้กลายเป็นระยะทางรวมน้อยที่สุดแทน เพื่อเป็นการปรับระยะทางให้พนักงานแต่ละคนมีระยะการเดินทางน้อยที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้โดยไม่ไปเพิ่มระยะการเดินทางให้พนักงานคนอื่น

ตัวแปรที่ใช้

x_{ijk} = ตัวแปรตัดสินใจสำหรับเลือกหรือไม่เลือกเชื่อมต่อเส้นทางจาก i ไป j ของพนักงานคนที่ k มีค่าเป็น 0,1

y_{ij} = จำนวนวัตถุที่ไหลจาก i ไป j เป็นตัวแปรสำหรับการกำจัดทัวร์ย่อย

สมการเป้าหมาย

$$\text{Min} \quad \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} c_{ij}x_{ijk} \qquad (18)$$

คือ การกำหนดให้ผลรวมระยะทางมีค่าที่น้อยที่สุดภายใต้เงื่อนไข

การนำสมการเงื่อนของตัวแบบแรกมาใช้ทั้งหมดคือ 8 9 10 11 12 13 14 15 และ 16 แตกต่างกันที่สมการที่ 17 ที่ค่า T ไม่ได้เป็นตัวแปรแต่เป็นค่าคงที่ที่นำมาจากการหาคำตอบของตัวแบบแรกแทน

นอกจากการนำเสนอตัวแบบทางคณิตศาสตร์แล้วทางผู้วิจัยยังมีความต้องการที่จะสร้างตัวแบบจำลองหาคำตอบสำหรับฟังก์ชัน Evolutionary ในโปรแกรม Excel Solver สำหรับบุคคลทั่วไปสามารถนำไปประยุกต์ใช้งานเพื่อหาคำตอบขั้นต้นได้

จากการศึกษาค้นคว้าหนังสือสร้างแบบจำลองเพื่อการตัดสินใจ Optimization Modeling ด้วย Excel (Solver) ในบทปัญหาการเดินทางของพนักงานขาย พบว่าได้มีการนำเสนอตัวแบบจำลองหาคำตอบผ่านฟังก์ชัน Evolutionary ของโปรแกรม Excel ซึ่งเป็นฟังก์ชันหาคำตอบที่สร้างมาจากหลักการของ Genetic Algorithm โดยตัวแบบจะมีจำนวนของตัวแปรที่ใช้หาคำตอบเท่ากับจำนวนเมืองที่ต้องขนส่ง และคำตอบที่ได้จะไม่รับรองว่าจะเป็นค่าที่ดีที่สุด[13]

จากที่กล่าวมาผู้วิจัยจึงได้มีแนวคิดประยุกต์การสร้างตัวแบบการจำลองคำตอบผ่านฟังก์ชัน Evolutionary ในโปรแกรม Excel Solver จากตัวแบบที่มีอยู่เดิม เนื่องจากปัญหาการเดินทางของพนักงานหลายคนเป็นปัญหาที่เป็นส่วนขยายจากปัญหาการเดินทางของพนักงานขายจึงน่าจะสามารถนำมาประยุกต์ได้ แต่การนำไปประยุกต์ผู้วิจัยไม่สามารถประยุกต์ใช้ได้ในทันทีเนื่องจากวิธีการที่ได้ศึกษามานั้นเป็นการจำลองหาคำตอบด้วยวิธีสร้างรูปแบบการเดินของพนักงานขายเพียงแค่ 1 คน ทำให้เส้นทางในการเดินทางนั้นจะมีได้แค่ 1 เส้นทาง ซึ่งต่างจากในกรณีพนักงานขายมีหลายคนที่จะมีเส้นทางการเดินทางเท่ากับจำนวนพนักงานขายที่มีอยู่ ทำให้ผู้วิจัยต้องศึกษาถึงวิธีการที่ทำให้รูปแบบการเดินทางของพนักงานขายทุกคนอยู่ในคำตอบชุดเดียวกัน พร้อมทั้งต้องหาวิธีการแยกเส้นทางแต่ละเส้นออกมาจากคำตอบที่ได้ เพื่อให้ได้ระยะทางของพนักงานขายแต่ละคน ซึ่งนำไปสู่การจัดสมดุลการเดินทางผ่านหลักการ Minimax

การทำให้การเดินทางของพนักงานขายทุกคนอยู่ในคำตอบเดียวกันได้นั้น ผู้วิจัยได้ศึกษาทฤษฎีแต่งเติมเมทริกซ์ของ Joseph A. Svestka โดยหลักการของทฤษฎีคือการสร้างจุดตั้งต้นแทรกเพิ่มเติมเข้าไปในตารางระยะทางให้เท่ากับจำนวนพนักงานขายที่มีอยู่ โดยระยะจากจุดตั้งต้นไปยังจุดตั้งต้นใดๆ นั้นจะถูกกำหนดให้มีค่าเท่ากับ Big M เพื่อเป็นการบังคับไม่ให้สร้างเส้นทางการเดินทางระหว่างกันได้ [15] และจากทฤษฎีนี้นำไปประยุกต์ใช้กับการสร้างตัวแบบการจำลอง ผ่านฟังชันก์ Evolutionary ในโปรแกรม Excel Solver สามารถทำให้การเดินทางของพนักงานขายทุกคนนั้นอยู่ในคำตอบชุดเดียวกันได้

จากการศึกษาต่างๆ ที่ได้กล่าวมานั้นทำให้ผู้วิจัยสามารถสร้างตัวแบบสำหรับหาคำตอบผ่านฟังก์ชัน Evolutionary ในโปรแกรม Excel Solver ขึ้นมาได้ โดยใช้ตัวแปรเพียงแค่ m+n-2 ตัวแปร และต้องหาคำตอบ 2 รอบ ไม่ต่างจากตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีวิธีการสร้างตัวแบบดังต่อไปนี้

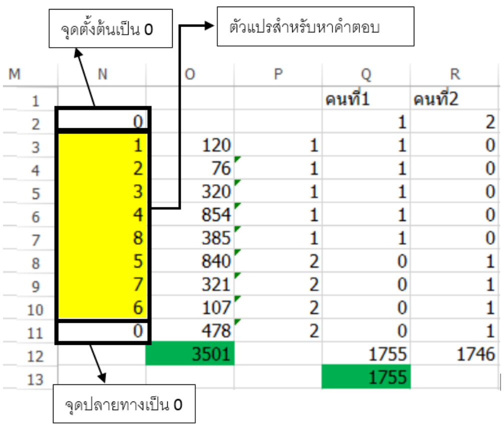
ขั้นที่ 1 สร้างตารางระยะทาง ต้องสร้างระยะทางจุดตั้งต้นเพิ่มเติมลงในตารางเท่ากับ m-1 โดย m เป็นจำนวนของพนักงาน ผ่านการประยุกต์ใช้ทฤษฎีแต่งเติมเมทริกซ์ ดังตัวอย่างในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ตัวอย่างการแต่งเติมเมทริกซ์

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		0	1	2	3	4	5	6
2	0	999999	120	196	593	385	840	478
3	1	120	999999	76	418	453	958	596
4	2	196	76	999999	320	560	1063	701
5	3	593	418	320	999999	854	1376	1015
6	4	385	453	560	854	999999	943	617
7	5	840	958	1063	1376	943	999999	362
8	6	478	596	701	1015	617	362	999999
9	7	511	629	734	1048	625	321	107
10	8	999999	120	196	593	385	840	478

จากตารางที่ 1 เป็นการแต่งเติมเมทริกซ์ กรณีที่มีพนักงานขาย 2 คน มีจำนวนจุดตั้งต้น 1 จุดคือจุดที่ 0 และจุดขนส่ง 6 จุดคือจุดที่ 1 ถึง 7 โดยจุดที่ 8 เป็นจุดตั้งต้นที่เพิ่มเติมเข้ามาเพื่อให้มีจำนวนจุดตั้งต้นเท่ากับจำนวนของพนักงานขายสำหรับประยุกต์ใช้ในการหาคำตอบ

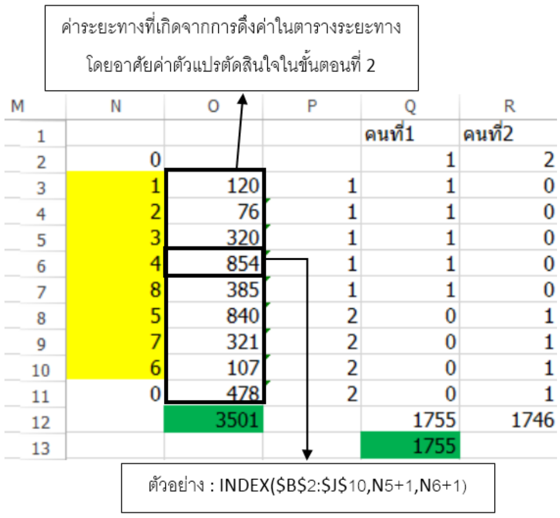
ขั้นที่ 2 กำหนดตัวแปรสำหรับหาคำตอบเท่ากับ m+n-2 ตัวแปร(จากโจทย์ตัวอย่างมีทั้งหมด โดยมีการระบุจุดต้นทางและปลายเป็นจุดตั้งต้นหรือเลข 0 เพื่อประยุกต์ใช้กับเงื่อนไข AllDifferent ใน Excel Solver ได้ ดังรูปที่ 1



รูปที่ 1 การกำหนดตัวแปรและระบุจุดตั้งต้นใน Excel

จากรูปที่ 1 การสร้างรูปแบบการเดินทาง โดยกำหนดจุดต้นทางและปลายทางให้จุดเดียวกัน แต่ให้มีการค้นหาเส้นทางการเดินทางผ่านตัวแปรจำนวน m+n-2 ตัวแปรผสมผสานกับการใช้ฟังก์ชัน AllDifferent เพื่อให้มีการเดินทางในรูปแบบการเดินทางของพนักงานขายหลายคน

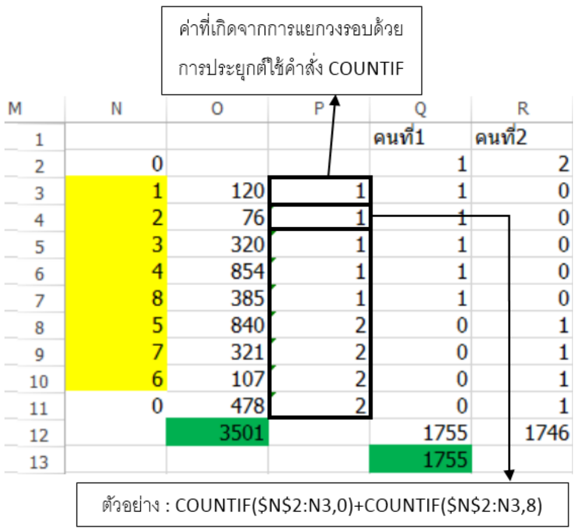
ขั้นที่ 3 แปลงรูปแบบการเดินทางให้เป็นระยะทางผ่านฟังก์ชัน INDEX ของ Excel โดยมีการใช้คือ INDEX(ตารางระยะทาง,จุดต้นทาง+1,จุดปลายทาง+1) โดยจะแสดงระยะทางออกมาดังภาพที่ 2



รูปที่ 2 การแปลงรูปแบบการเดินทางมาเป็นระยะทาง

จากรูปที่ 2 เป็นการเปลี่ยนรูปแบบการเดินทางมาให้เป็นระยะทาง เช่น ระยะทางจากจุด 0 ไปยัง 1 จะถูกแปลงให้เป็นระยะทางผ่าน ฟังก์ชัน INDEX กลายเป็นระยะทาง 120 เพื่อนำมาใช้ในการกำหนดเป้าหมาย

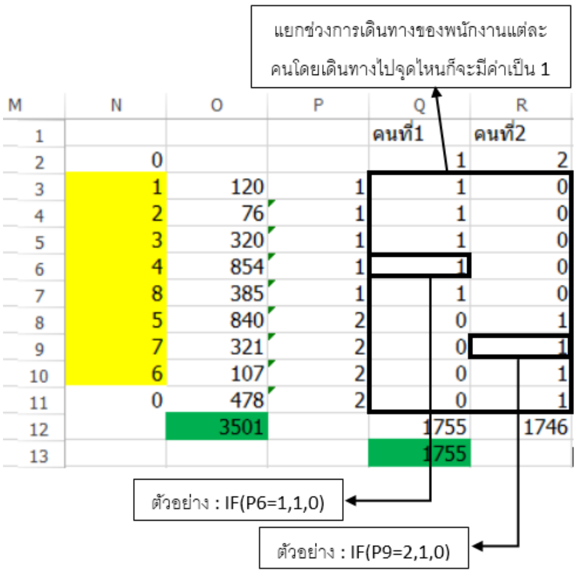
ขั้นที่ 4 แยกวงรอบของพนักงานแต่ละคน โดยใช้ฟังก์ชัน COUNTIF โดยตั้งเงื่อนไขให้มีการนับจุดตั้งต้นในตัวแปรมาบวกกัน ในกรณีนี้จะนับจุดตั้งต้นที่เป็นจุดแต่งเติมด้วย ทำให้รู้ว่าการเดินทางช่วงไหนเป็นของพนักงานคนไหน เพื่อจะได้นำไป ใช้หาระยะการเดินทางของพนักงานแต่ละคน



รูปที่ 3 การแยกช่วงการเดินทางของพนักงานแต่ละคน

จากรูปที่ 3 จุดตั้งต้นมี 2 จุด เนื่องจากมีพนักงาน 2 คนโดยจุดตั้งต้นคือเลข 0 และเลข 8 ดังนั้นเห็นว่าการเดินทางช่วงแรกจะเป็นเลข 1 เพราะนับเลข 0 จากจุดตั้งต้นและเป็นเลข 2 เมื่อมีการนับเลข 8 เพิ่ม ผ่านการใช้คำสั่ง COUNTIF($N$2:N3,0)+COUNTIF($N$2:N3,8) ซึ่งถ้ามีพนักงานเพิ่มก็ต้องมีการเพิ่มฟังก์ชัน COUNTIF ให้เท่ากับจำนวนพนักงาน

ขั้นที่ 5 แยกช่วงการเดินทางของพนักงานแต่ละคนออกมาเพื่อนำไปหาระยะการเดินทางของแต่ละคนในขั้นตอนต่อไป ผ่านฟังก์ชัน IF

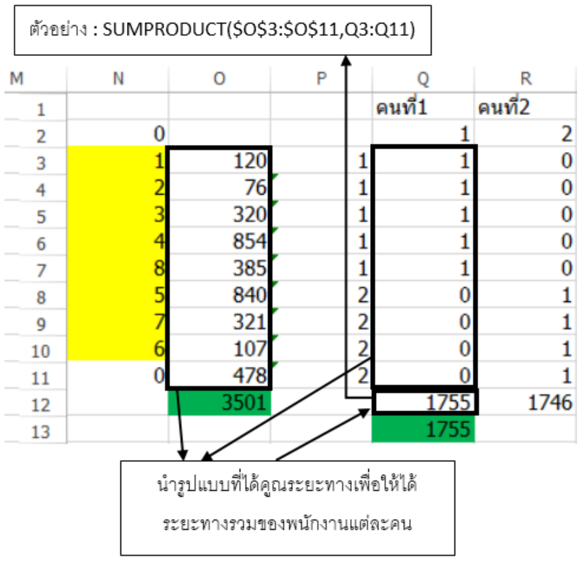


	M	N	O	P	Q	R
1					คนที่1	คนที่2
2		0			1	2
3		1	120	1	1	0
4		2	76	1	1	0
5		3	320	1	1	0
6		4	854	1	1	0
7		8	385	1	1	0
8		5	840	2	0	1
9		7	321	2	0	1
10		6	107	2	0	1
11		0	478	2	0	1
12			3501		1755	1746
13					1755	

รูปที่ 4 แยกรูปแบบการเดินทางของพนักงานแต่ละคน

จากรูปที่ 4 แยกรูปแบบการเดินทางของพนักงานแต่ละคนโดยเลข 1 จะเป็นการแสดงว่าพนักงานเดินทางไปจุดไหนบ้าง เช่น พนักงานคนที่ 1 จะเดินทางเป็นรูปแบบ 0-1-2-3-4-8 โดยที่ 0 กับ 8 ก็คือจุดตั้งต้นเหมือนกัน โดยอาศัยช่วงเดินทางที่ได้ในขั้นตอนที่ 4 ทำการแยกจุดการเดินทางของพนักงานแต่ละคนผ่านการใช้คำสั่ง IF ลากยาวจนสิ้นสุดรูปแบบการเดินทาง เช่น ถ้าเราต้องการจุดเดินทางของพนักงานคนแรกก็ใช้คำสั่ง IF(L20=1,1,0) แล้วลากยากลงมาจนสิ้นสุดรูปแบบการเดินทาง

ขั้นที่ 6 นำรูปแบบการเดินทางของพนักงานแต่ละคนมาหาระยะทางผ่านฟังก์ชัน SUMPRODUCT ดังรูปที่ 5

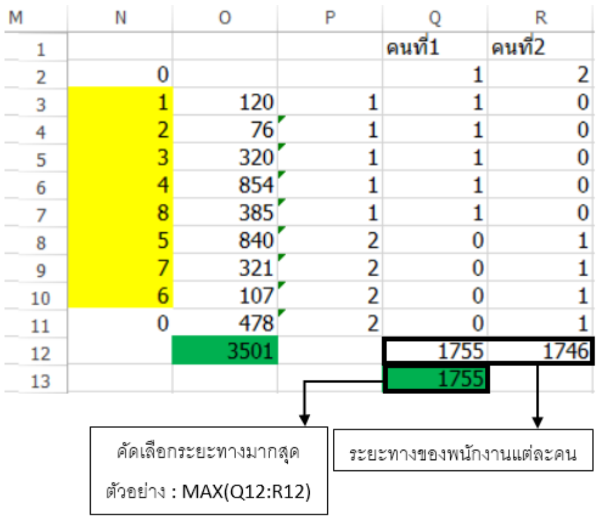


	M	N	O	P	Q	R
1					คนที่1	คนที่2
2		0			1	2
3		1	120	1	1	0
4		2	76	1	1	0
5		3	320	1	1	0
6		4	854	1	1	0
7		8	385	1	1	0
8		5	840	2	0	1
9		7	321	2	0	1
10		6	107	2	0	1
11		0	478	2	0	1
12			3501		1755	1746
13					1755	

รูปที่ 5 นำรูปแบบมาหาระยะทางรวมของพนักงานแต่ละคน

จากรูปที่ 5 นำรูปแบบการเดินทางของพนักแต่ละคนคูณกับระยะทางที่ได้จากขั้นตอนที่ 3 ผ่านฟังก์ชัน SUMPRODUCT เช่น พนักงานคนที่ 1 ก็ใช้คำสั่ง SUMPRODUCT (ระยะทางจากขั้นตอนที่ 3,รูปแบบการเดินทางของคนที่ 1)

ขั้นที่ 7 ใช้ฟังก์ชัน Max เพื่อคัดเลือกระยะทางของพนักงานที่มากที่สุดออกมา เพื่อจะนำไปตั้งเป็นเป้าหมาย

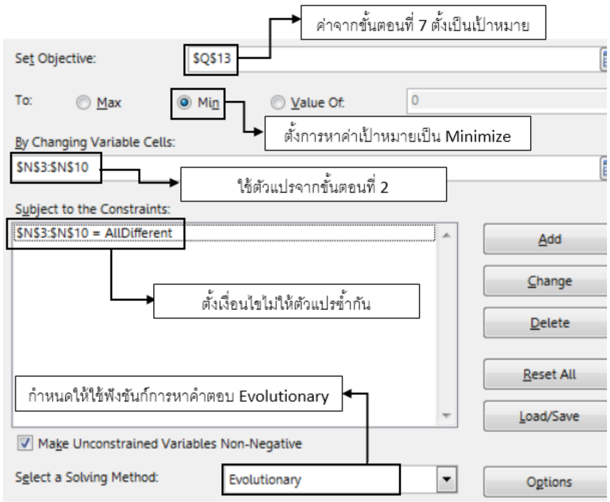


	M	N	O	P	Q	R
1					คนที่1	คนที่2
2		0			1	2
3		1	120	1	1	0
4		2	76	1	1	0
5		3	320	1	1	0
6		4	854	1	1	0
7		8	385	1	1	0
8		5	840	2	0	1
9		7	321	2	0	1
10		6	107	2	0	1
11		0	478	2	0	1
12			3501		1755	1746
13					1755	

รูปที่ 6 คัดเลือกระยะทางที่มากที่สุด

จากรูปที่ 6 หาระยะทางที่มากที่สุดผ่านฟังก์ชัน Max จากตัวอย่างจะใช้ Max(ระยะทางพนักงาน 1,ระยะทางพนักงาน 2) เพื่อนำค่าที่ได้ไปตั้งเป็นเป้าหมายในขั้นตอนที่ 8

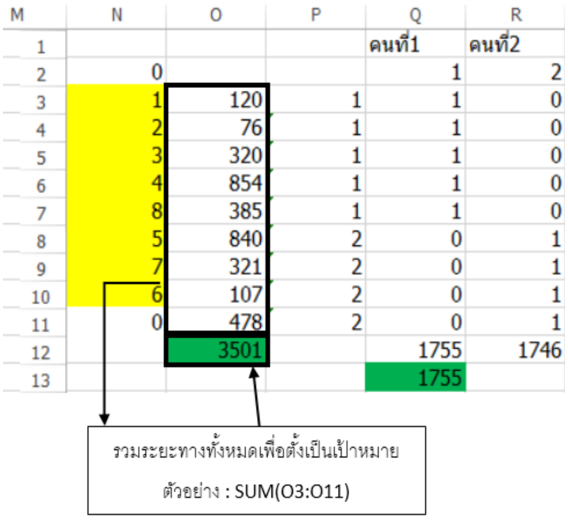
ขั้นที่ 8 ตั้งค่าหาคำตอบใน Excel Solver รอบที่ 1 โดยนำค่าที่ได้จากขั้นตอนที่ 7 เป็นเป้าหมาย



รูปที่ 7 การตั้งค่าสำหรับหาคำตอบในรอบที่ 1

จากรูปที่ 7 คือการตั้งเป้าหมายให้ค้นหาค่า Max ที่น้อยที่สุดจากขั้นตอนที่ 7 อันเป็นไปตามหลักการของ Minimax โดยใช้ตัวแปรดังที่แสดงในขั้นตอนที่ 2 และมีการตั้งเงื่อนไขให้ตัวแปรทุกตัวที่จำลองเส้นทางการเดินทางต้องไม่ซ้ำกันด้วยเงื่อนไข Alldiferent ซึ่งให้หาคำตอบด้วยฟังชันก์ Evolutionary

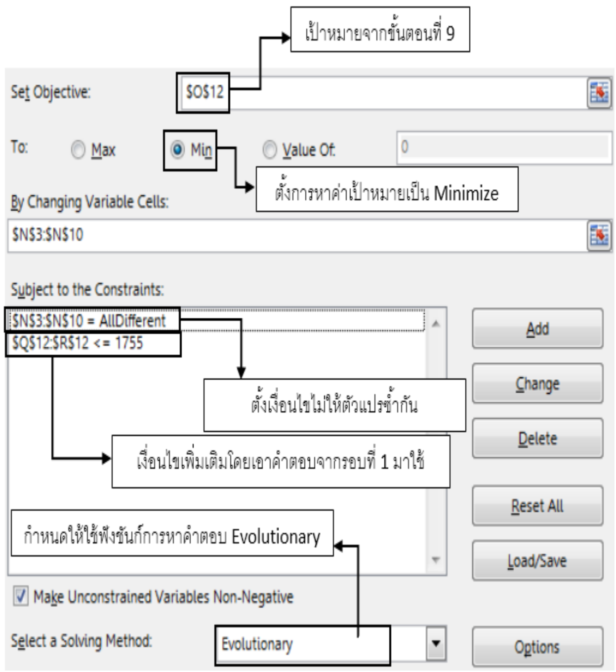
ขั้นที่ 9 หลังจากหาคำตอบในรอบที่ 1 มาได้แล้ว ให้สร้างเป้าหมายสำหรับหาคำตอบในรอบที่ 2 โดยเป้าหมายที่สร้างขึ้นจะเป็นระยะทางรวมของพนักงานทั้งหมด



รูปที่ 8 รวมระยะทางทั้งหมดเพื่อตั้งเป็นเป้าหมาย

จากรูปที่ 8 เป็นการสร้างเป้าหมายโดยการรวมระยะทางของพนักงานทุกคนสำหรับใช้หาคำตอบในรอบที่ 2

ขั้นที่ 10 นำค่าที่ได้จากขั้นที่ 8 มาตั้งเป็นเงื่อนไขเพิ่มเติมโดยให้พนักงานแต่ละคนมีระยะเดินทางได้ไม่เกินคำตอบจากรอบที่ 1 และเอาค่าผลรวมจากขั้นตอนที่ 9 มาตั้งเป็นเป้าหมาย



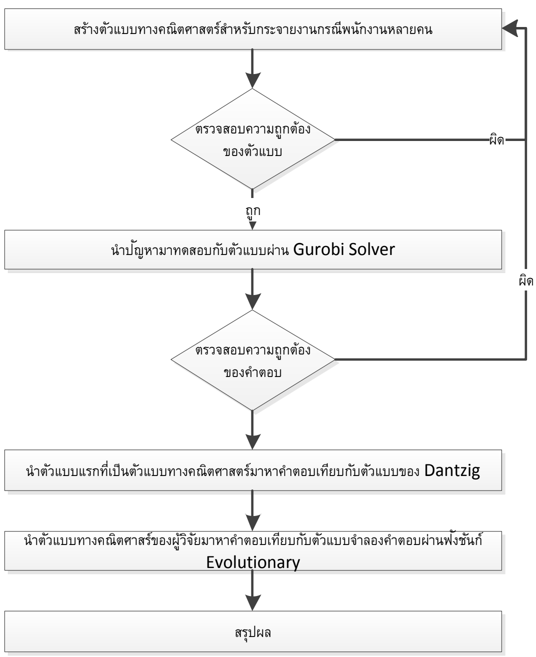
รูปที่ 9 การตั้งค่าสำหรับหาคำตอบในรอบที่ 2

จากรูปที่ 9 คือตั้งเป้าหมายให้ค้นหาค่าผลรวม ที่น้อยที่สุดจากขั้นตอนที่ 9 โดยตัวแปรเงื่อนไขเหมือนกับขั้นตอนที่ 8 เพียงแต่เพิ่มเติมเงื่อนไขให้พนักงานแต่ละคนมีระยะทางไม่เกินคำตอบที่ได้ในขั้นตอนที่ 8

โดยสรุปสามารถกล่าวได้ว่าตัวแบบการจำลองหาคำตอบผ่านฟังก์ชัน Evolutionary นั้น มีข้อดีคือใช้ตัวแปรไม่มากในการหาคำตอบ จึงเหมาะสำหรับการประยุกต์ใช้ในปัญหาขนาดใหญ่เมื่อต้องการหาคำตอบผ่าน Excel Solver เพียงแต่ว่าคำตอบจะไม่ดีเท่าตัวแบบทางคณิตศาสตร์ซึ่งจะให้คำตอบที่ดีที่สุดเสมอ

3.วิธีการดำเนินการและอุปกรณ์

3.1 วิธีการดำเนินงาน



ขั้นตอนที่ 1 ผู้วิจัยสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์แล้วนำมาตรวจสอบว่าเงื่อนไขต่างๆ ของตัวแบบทางคณิตศาสตร์สามารถทำหน้าที่ตามที่คิดไว้ได้หรือไม่ ซึ่งถ้าไม่สามารถทำได้ก็จะแก้ไขและเพิ่มเติมเงื่อนไขจนกว่าจะทำได้ตามที่ต้องการ

ขั้นตอนที่ 2 ตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้ว่าเป็นคำตอบในรูปแบบการเดินทางของพนักงานขายหลายคนและมีการกระจายงานใช่หรือไม่ ถ้าไม่ก็ต้องย้อนกลับไปสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ขั้นตอนที่ 1

ขั้นตอนที่ 3 นำตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่ได้ไปเปรียบเทียบคำตอบกับตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของ Dantzig

ขั้นตอนที่ 4 สร้างตัวแบบการจำลองคำตอบผ่านฟังชันก์ Evolutionary ของ Excel แล้วนำมาเปรียบเทียบคำตอบกับตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย

ขั้นตอนที่ 5 สรุปผล

3.2 อุปกรณ์

- Computer Desktop, Processor Name: Intel Xenon E5-1620, Processor Speed: 3.6 GHz, Ram: 8 GB
- Gurobi Solver Version 6.0
- Excel Solver

4. ผลการวิเคราะห์ข้อมูล/ผลการทดลอง/ผลการวิจัย

4.1 ทดสอบความถูกต้องของตัวแบบทางคณิตศาสตร์

4.1.1 ทดสอบความถูกต้องในรูปแบบของคำตอบ

ทดสอบว่าคำตอบที่ได้ต้องอยู่ในรูปของการเดินทางแบบพนักงานหลายคนเสมอซึ่งในที่นี้ได้มีโจทย์ทดสอบดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 โจทย์สำหรับทดสอบรูปแบบคำตอบ

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	120	196	593	385	840	478	511
1	120	0	76	418	453	958	596	629
2	196	76	0	320	560	1063	701	734
3	593	418	320	0	854	1376	1015	1048
4	385	453	560	854	0	943	617	625
5	840	958	1063	1376	943	0	362	321
6	478	596	701	1015	617	362	0	107
7	511	629	734	1048	625	321	107	0

จากตารางที่ 2 ผู้วิจัยได้กำหนดให้ค่าระยะทางเป็น 0 (โดยปกติจะถูกกำหนดให้เป็นค่า BigM เพื่อไม่ให้เกิดทัวร์ย่อย) ในตำแหน่งของสถานีตัวเอง เพื่อทดสอบว่าเกิดทัวร์ย่อยที่สถานีแต่ละสถานีหรือไม่ ซึ่งถ้าหากตัวแบบที่สร้างขึ้นมาถูกต้องก็จะไม่เกิดทัวร์ย่อย โดยการทดสอบกำหนดให้มีพนักงานขาย 2 คน ผลที่ได้คือไม่เกิดทัวร์ย่อย และมีรูปแบบคำตอบเป็นการเดินทางของพนักงานขาย โดย พนักงานคนที่ 1 เดินทางในรูปแบบ 0-1-2-3-4-0 มีระยะทาง 1755 ส่วนพนักงานคนที่ 2 เดินทางในรูปแบบ 0-7-5-6-0 มีระยะทาง 1672

4.1.2 ทดสอบความถูกต้องของคำตอบ

ทดสอบว่าคำตอบที่ได้จะเป็นคำตอบที่ถูกต้องโดยการจงใจกำหนดวงรอบ 2 วง ที่มีค่าเท่ากับ 0 ตั้งแต่ต้น ซึ่งถ้าหากตัวแบบทางคณิตศาสตร์ถูกต้องคำตอบจะต้องเดินทางในรูปแบบที่กำหนดไว้

ตารางที่ 3 โจทย์สำหรับทดสอบคำตอบ

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	9999	0	196	593	0	840	0	0
1	0	9999	0	418	453	958	596	629
2	196	0	9999	0	560	1063	701	734
3	593	418	0	9999	0	1376	1015	1048
4	0	453	560	0	9999	943	617	625
5	840	958	1063	1376	943	9999	0	0
6	0	596	701	1015	617	0	9999	107
7	0	629	734	1048	625	0	107	9999

จากตารางที่ 3 คือ การกำหนดล่วงหน้าให้มีคำตอบในรูปแบบของ 0-1-2-3-4-0 และ 0-7-5-6-0 โดยมีค่าแต่ละวงรอบเท่ากับ 0 โดยการทดสอบผู้วิจัยได้กำหนดให้มีการทดสอบกรณีพนักงานขาย 2 คน ผลที่ได้คือมีรูปแบบการเดินทางเป็น 0-1-2-3-4-0 และ 0-6-5-7-0 ซึ่งมีค่าตรงกับคำตอบที่ตั้งเอาไว้ ดังนั้นคำตอบที่ได้จากตัวแบบจึงถูกต้อง

4.2 เปรียบเทียบคำตอบที่ได้จากตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของ Dantzig กับคำตอบในขั้นตอนที่ 2 ของตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยคิดค้น

การทดสอบนี้จะเป็นการเปรียบเทียบคำตอบในส่วนของ ระยะทางรวม และภาระงาน ซึ่งในส่วนของภาระงานจะเป็นการหาค่าพิสัยและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเพื่อนำมาวิเคราะห์สมดุลของภาระงานระหว่างตัวแบบทั้งสองว่าแตกต่างกันมากหรือไม่ในการใช้โจทย์ข้อเดียวกัน โดยมีการสร้างโจทย์ขึ้นมา 10 ข้อ โดยมีขนาด n=10 ผ่านการกำหนดจุดพิกัดในรูปแบบแกน x, y ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 พิกัดสำหรับโจทย์ 10 ข้อ

โจทย์	จุดตั้งต้น (พิกัด x,y)	จุดขนส่ง (พิกัด x,y)								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0,0	4,8	6,100	11,36	23,59	39,77	40,18	48,54	69,94	75,10
2	0,0	4,8	6,94	11,36	23,67	30,98	40,18	48,54	69,88	75,10
3	0,0	6,69	14,96	18,64	23,9	31,64	41,14	49,56	63,49	76,6
4	0,0	4,8	10,93	11,36	22,26	40,87	40,18	49,64	69,94	75,14
5	0,0	5,95	11,65	11,22	27,61	38,95	38,14	49,60	69,42	75,10
6	0,0	5,91	10,44	21,13	26,40	38,91	43,11	48,54	67,86	75,20
7	0,0	11,80	17,50	18,7	37,55	48,89	48,8	57,41	70,62	76,30
8	0,0	5,78	11,96	13,16	20,63	33,90	38,14	50,70	70,60	75,10
9	0,0	5,47	11,72	11,19	27,54	38,95	39,29	49,53	62,86	75,7
10	0,0	3,58	9,28	9,6	20,72	33,100	38,16	48,84	69,55	74,13

การทดสอบนี้เป็นการทดสอบในกรณีที่มีพนักงานขายตั้งแต่ 2-4 คน โดยเป็นการคำตอบผ่าน Gurobi Solver ซึ่งค่าที่ได้จากการทดลองมีผลดังต่อไปนี้

กรณีพนักงานขาย 2 คน พิจารณาค่าระยะทางและเปอร์เซ็นต์ภาระดังที่แสดงในตารางที่ 5-6

ตารางที่ 5 คำตอบของตัวแบบทางคณิตศาสตร์ปกติกรณี 2 คน

โจทย์	ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ปกติ						
	ระยะทาง		ภาระงาน				ระยะทางรวม
	คนที่1	คนที่2	คนที่1	คนที่2	พิสัย	Std	
1	359	18	95.23%	4.77%	90.45%	45.23%	377
2	388.76	17.88	95.60%	4.40%	91.21%	45.60%	406.64
3	302.16	49.34	85.96%	14.04%	71.93%	35.96%	351.5
4	336	18	94.92%	5.08%	89.83%	44.92%	354
5	321	49	86.76%	13.24%	73.51%	36.76%	370
6	332	49	87.14%	12.86%	74.28%	37.14%	381
7	313	37	89.43%	10.57%	78.86%	39.43%	350
8	306	41	88.18%	11.82%	76.37%	38.18%	347
9	334	42	88.83%	11.17%	77.66%	38.83%	376
10	290	22	92.95%	7.05%	85.90%	42.95%	312

ตารางที่ 6 คำตอบของตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย กรณี 2 คน

โจทย์	ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย						
	ระยะทาง		ภาระงาน				ระยะทางรวม
	คนที่1	คนที่2	คนที่1	คนที่2	พิสัย	Std	
1	276	254	52.08%	47.92%	4.15%	2.08%	530
2	266	255.65	50.99%	49.01%	1.98%	0.99%	521.65
3	214	213	50.12%	49.88%	0.23%	0.12%	427
4	269	267	50.19%	49.81%	0.37%	0.19%	536
5	232	226	50.66%	49.34%	1.31%	0.66%	458
6	253	242	51.11%	48.89%	2.22%	1.11%	495
7	224	212	51.38%	48.62%	2.75%	1.38%	436
8	236	218	51.98%	48.02%	3.96%	1.98%	454
9	240	239	50.10%	49.90%	0.21%	0.10%	479
10	230	215	51.69%	48.31%	3.37%	1.69%	445

จากค่าในตารางที่ 5 และ 6 เห็นได้ว่าค่าจากตารางที่ 5 จากเดิมค่าพิสัยและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของเปอร์เซ็นต์ภาระงานเฉลี่ยที่ 81% และ 40.5% จะลดลงเหลือเฉลี่ยแค่ 2.06% และ 1.03 ดังแสดงในตารางที่ 6 เป็นการแสดงถึงการกระจายงานจากพนักงานคนที่ 1 ไปสู่คนที่ 2 มากขึ้นเมื่อเทียบกับ ค่าในตารางที่ 5 บ่งบอกถึงมีการจัดสมดุลของภาระงานเกิดขึ้น

ตารางที่ 7 ค่าที่ลดลงและเพิ่มขึ้นจากตารางที่ 5 และ 6

โจทย์	ภาระงาน		ระยะทางที่เพิ่มขึ้น
	Std ที่ลดลง	พิสัยที่ลดลง	
1	43.15%	86.30%	40.58%
2	44.61%	89.22%	28.28%
3	35.85%	71.69%	21.48%
4	44.73%	89.46%	51.41%
5	36.10%	72.20%	23.78%
6	36.03%	72.06%	29.92%
7	38.05%	76.10%	24.57%
8	36.20%	72.40%	30.84%
9	38.73%	77.45%	27.39%
10	41.26%	82.53%	42.63%

ตารางที่ 7 แสดงถึงค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานและค่าพิสัยของเปอร์เซ็นต์ภาระงานที่ลดลงเฉลี่ย 39.47% และ 78.94% ตามลำดับ โดยค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานและค่าพิสัยของเปอร์เซ็นต์ภาระงานจะไม่มีการเพิ่มขึ้นจากเดิม เพียงแต่สิ่งที่ต้องแลกเปลี่ยนในการจัดสมดุลคือระยะทางที่เพิ่มขึ้นเฉลี่ย 32.09%

กรณีพนักงานขาย 3 คน พิจารณาค่าระยะทางและเปอร์เซ็นต์ภาระดังที่แสดงในตารางที่ 8-9

ตารางที่ 8 คำตอบของตัวแบบทางคณิตศาสตร์ปกติกรณี 3 คน

โจทย์	ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ปกติ								
	ระยะทาง			ภาระงาน					ระยะทางรวม
	คนที่1	คนที่2	คนที่3	คนที่1	คนที่2	คนที่3	พิสัย	Std	
1	359	75	18	79.42%	16.59%	3.98%	75.44%	33.00%	452
2	339	75	18	78.47%	17.36%	4.17%	74.31%	32.37%	432
3	299	87	49	68.74%	20.00%	11.26%	57.47%	25.29%	435
4	327	68	18	79.18%	16.46%	4.36%	74.82%	32.79%	413
5	319	81	49	71.05%	18.04%	10.91%	60.13%	26.83%	449
6	313	95	50	68.34%	20.74%	10.92%	57.42%	25.08%	458
7	312	105	39	68.42%	23.03%	8.55%	59.87%	25.50%	456
8	304	81	41	71.36%	19.01%	9.62%	61.74%	27.16%	426
9	266	151	44	57.70%	32.75%	9.54%	48.16%	19.66%	461
10	288	59	22	78.05%	15.99%	5.96%	72.09%	31.88%	369

ตารางที่ 9 คำตอบของตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย กรณี 3 คน

โจทย์	ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย								
	ระยะทาง			ภาระงาน					ระยะทางรวม
	คนที่1	คนที่2	คนที่3	คนที่1	คนที่2	คนที่3	พิสัย	Std	
1	233	228	204	35.04%	34.29%	30.68%	4.36%	1.90%	665
2	224	221	203	34.57%	34.10%	31.33%	3.24%	1.43%	648
3	195	194	156	35.78%	35.60%	28.62%	7.16%	3.33%	545
4	233	231	155	37.64%	37.32%	25.04%	12.60%	5.87%	619
5	215	204	191	35.25%	33.44%	31.31%	3.93%	1.61%	610
6	223	220	192	35.12%	34.65%	30.24%	4.88%	2.20%	635
7	210	209	205	33.65%	33.49%	32.85%	0.80%	0.35%	624
8	216	212	153	37.18%	36.49%	26.33%	10.84%	4.96%	581
9	212	211	203	33.87%	33.71%	32.43%	1.44%	0.64%	626
10	211	208	208	33.65%	33.17%	33.17%	0.48%	0.23%	627

จากค่าในตารางที่ 8 และ 9 เห็นได้ว่าค่าจากตารางที่ 8 จากเดิมค่าพิสัยและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของเปอร์เซ็นต์ภาระงานเฉลี่ยที่ 64.14% และ 27.96% จะลดลงเหลือเฉลี่ยแค่ 4.97% และ 2.25% ดังแสดงในตารางที่ 9 เป็นการแสดงถึงการกระจายงานที่มากขึ้นเมื่อเทียบกับ ค่าในตารางที่ 8 บ่งบอกถึงมีการจัดสมดุลของภาระงานเกิดขึ้น

ตารางที่ 10 ค่าที่ลดลงและเพิ่มขึ้นจากตารางที่ 8 และ 9

โจทย์	ภาระงาน		ระยะทางที่เพิ่มขึ้น
	Std ที่ลดลง	พิสัยที่ลดลง	
1	31.09%	71.08%	47.12%
2	30.94%	71.06%	50.00%
3	21.96%	50.32%	25.29%
4	26.93%	62.22%	49.88%
5	25.22%	56.20%	35.86%
6	22.88%	52.54%	38.65%
7	25.16%	59.07%	36.84%
8	22.20%	50.89%	36.38%
9	19.02%	46.72%	35.79%
10	31.66%	71.61%	69.92%

ตารางที่ 10 แสดงถึงค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานและค่าพิสัยของเปอร์เซ็นต์ภาระงานที่ลดลงเฉลี่ย 25.70% และ 59.17% ตามลำดับ โดยค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานและค่าพิสัยของเปอร์เซ็นต์ภาระงานจะไม่มีการเพิ่มขึ้นจากเดิม เพียงแต่สิ่งที่ต้องแลกเปลี่ยนในการจัดสมดุลคือระยะทางที่เพิ่มขึ้นเฉลี่ย 42.57%

กรณีพนักงานขาย 4 คน พิจารณาค่าระยะทางและเปอร์เซ็นต์ภาระดังที่แสดงในตารางที่ 11-12

ตารางที่ 11 คำตอบของตัวแบบทางคณิตศาสตร์ปกติกรณี 4 คน

โจทย์	ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ปกติ										
	ระยะทาง				ภาระงาน						ระยะทางรวม
	คนที่1	คนที่2	คนที่3	คนที่4	คนที่1	คนที่2	คนที่3	คนที่4	พิสัย	Std	
1	355	88	75	18	66.23%	16.42%	13.99%	3.36%	62.87%	24.31%	536
2	334	88	75	18	64.85%	17.09%	14.56%	3.50%	61.36%	23.57%	515
3	258	153	87	49	47.17%	27.97%	15.90%	8.96%	38.21%	14.49%	547
4	325	75	68	18	66.87%	15.43%	13.99%	3.70%	63.17%	24.59%	486
5	301	133	81	49	53.37%	23.58%	14.36%	8.69%	44.68%	17.22%	564
6	313	96	89	49	57.22%	17.55%	16.27%	8.96%	48.26%	18.89%	547
7	299	105	97	39	55.37%	19.44%	17.96%	7.22%	48.15%	18.16%	540
8	270	151	81	41	49.72%	27.81%	14.92%	7.55%	42.17%	16.01%	543
9	252	151	97	44	46.32%	27.76%	17.83%	8.09%	38.24%	14.14%	544
10	286	82	59	22	63.70%	18.26%	13.14%	4.90%	58.80%	22.84%	449

ตารางที่ 12 คำตอบของตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัยกรณี 4 คน

โจทย์	ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย										
	ระยะทาง				ภาระงาน						ระยะทางรวม
	คนที่1	คนที่2	คนที่3	คนที่4	คนที่1	คนที่2	คนที่3	คนที่4	พิสัย	Std	
1	233	228	204	18	34.11%	33.38%	29.87%	2.64%	31.48%	13.01%	683
2	224	221	203	18	33.63%	33.18%	30.48%	2.70%	30.93%	12.93%	666
3	194	186	155	149	28.36%	27.19%	22.66%	21.78%	6.58%	2.83%	684
4	233	231	155	18	36.58%	36.26%	24.33%	2.83%	33.75%	13.72%	637
5	204	198	192	151	27.38%	26.58%	25.77%	20.27%	7.11%	2.79%	745
6	218	211	184	157	28.31%	27.40%	23.90%	20.39%	7.92%	3.13%	770
7	202	195	166	164	27.79%	26.82%	22.83%	22.56%	5.23%	2.33%	727
8	201	194	193	153	27.13%	26.18%	26.05%	20.65%	6.48%	2.55%	741
9	212	211	203	44	31.64%	31.49%	30.30%	6.57%	25.07%	10.65%	670
10	211	208	208	22	32.51%	32.05%	32.05%	3.39%	29.12%	12.48%	649

จากค่าในตารางที่ 11 และ 12 เห็นได้ว่าค่าจากตารางที่ 11 จากเดิมค่าพิสัยและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของเปอร์เซ็นต์ภาระงานเฉลี่ยที่ 50.59% และ 19.42% จะลดลงเหลือเฉลี่ยแค่ 18.37% และ 7.64% ดังแสดงในตารางที่ 12 เป็นการแสดงถึงการกระจายงานที่มากขึ้นเมื่อเทียบกับ ค่าในตารางที่ 11 บ่งบอกถึงมีการจัดสมดุลของภาระงานเกิดขึ้น

ตารางที่ 13 ค่าที่ลดลงและเพิ่มขึ้นจากตารางที่ 11 และ 12

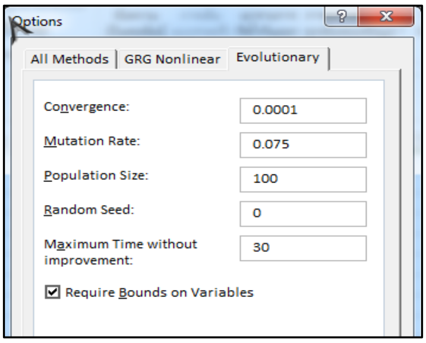
โจทย์	ภาระงาน		ระยะทางที่เพิ่มขึ้น
	Std ที่ลดลง	พิสัยที่ลดลง	
1	11.29%	31.39%	27.43%
2	10.64%	30.43%	29.32%
3	11.67%	31.63%	25.05%
4	10.87%	29.42%	31.07%
5	14.43%	37.57%	32.09%
6	15.76%	40.34%	40.77%
7	15.83%	42.92%	34.63%
8	13.46%	35.70%	36.46%
9	3.48%	13.16%	23.16%
10	10.37%	29.68%	44.54%

ตารางที่ 13 แสดงถึงค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานและค่าพิสัยของเปอร์เซ็นต์ภาระงานที่ลดลงเฉลี่ย 11.78% และ 32.22% ตามลำดับ โดยค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานและค่าพิสัยของเปอร์เซ็นต์ภาระงานจะไม่มีการเพิ่มขึ้นจากเดิม เพียงแต่สิ่งที่ต้องแลกเปลี่ยนในการจัดสมดุลคือระยะทางที่เพิ่มขึ้นเฉลี่ย 32.45%

จากการทดลองสามารถสรุปขั้นต้นได้ว่าตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัยนั้นสามารถจัดสมดุลระยะการเดินทางได้เมื่อดูจากค่าพิสัย และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานที่ลดลงของเปอร์เซ็นต์ภาระงานดังแสดงตารางที่ 7 10 และ 13 ตามลำดับ โดยสิ่งที่ต้องแลกเปลี่ยนสำหรับการจัดสมดุลก็คือระยะทางที่เพิ่มขึ้น นอกจากนั้นแล้วในส่วนของค่าพิสัย และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของเปอร์เซ็นต์ภาระงาน จะมีแนวโน้มที่เพิ่มขึ้นเมื่อมีจำนวนพนักงานขายที่มากขึ้น ทั้งนี้อาจจะมีสาเหตุมาจากโจทย์ที่ทดลองมีขนาดเล็ก และมีจำนวนพนักงานที่มากเกินไปเมื่อเทียบกับขนาดปัญหา ซึ่งสามารถนำไปวิจัยต่อเนื่องโดยการขยายขนาดของปัญหาให้ใหญ่กว่าที่ทำการทดลอง

4.3 เปรียบเทียบคำตอบระหว่างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยคิดค้นกับตัวแบบการจำลองคำตอบผ่านฟังชันก์ Evolutionary

การทดสอบนี้เป็นการเปรียบเทียบคำตอบระหว่างตัวแบบทั้งสองว่าแตกต่างกันมากหรือไม่ โดยใช้โจทย์การทดสอบตามตารางที่ 4 ซึ่งการทดสอบจะตั้งค่าปัจจัยสำหรับตัวแบบการจำลองคำตอบผ่านฟังชันก์ Evolutionary เป็นดังรูปที่ 10 ซึ่งเป็นค่าปัจจัยตั้งต้นที่ฟังก์ชันกำหนดมาให้ตั้งแต่แรก



รูปที่ 10 ค่าปัจจัยของฟังก์ชัน Evolutionary

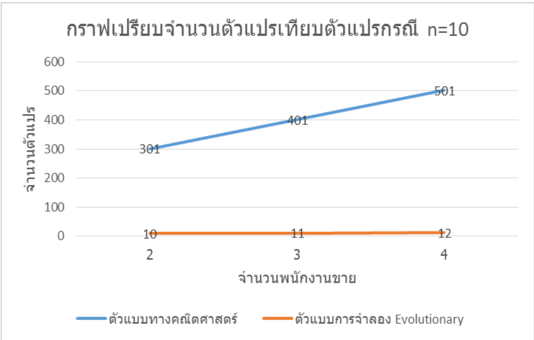
ผลที่ได้จากการทดลองมีการแสดงในตารางที่ 14

ตารางที่ 14 ค่าระยะทางจากการทดลองในตัวแบบที่สอง

โจทย์	ระยะทาง								
	กรณี 2 คน		กรณี 3 คน			กรณี 4 คน			
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4
1	276	254	233	228	204	233	228	204	18
2	266	255.65	224	221	203	224	221	203	18
3	214	213	195	194	156	194	186	155	149
4	269	267	233	231	155	233	231	155	18
5	232	226	215	204	191	204	198	192	151
6	253	242	223	220	192	218	211	184	157
7	224	212	210	209	205	202	195	166	164
8	236	218	216	212	153	201	194	193	153
9	240	239	212	211	203	212	211	203	44
10	230	215	211	208	208	211	208	208	22

จากผลการทดลอง นำค่าที่ได้ไปเปรียบเทียบกับตารางที่ 6, 9 และ 12 เห็นได้ว่าค่าที่ได้จากตัวแบบทางคณิตศาสตร์ และตัวแบบการจำลองผ่านฟังก์ชัน Evolutionary ไม่แตกต่างกัน อาจเป็นเพราะโจทย์ที่ใช้

ทดสอบ มีขนาดที่เล็ก ซึ่งถ้าหากโจทย์มีขนาดที่ใหญ่กว่านี้ ผลที่ได้อาจจะแตกต่างกันเพราะค่าจากตัวแบบทางคณิตศาสตร์ย่อมให้ค่าที่ดีที่สุดเสมอ แตกต่างกับตัวแบบการจำลองผ่านฟังก์ชัน Evolutionary ที่ค่าที่ได้จะไม่ได้รับประกันว่าจะดีที่สุด แต่มีข้อดีคือตัวแปรจะน้อยกว่ามากดังแสดงในกราฟดังรูปที่ 11



รูปที่ 11 กราฟเปรียบเทียบจำนวนตัวแปรกรณี n=10

จากรูปที่ 11 เห็นได้ว่าจำนวนตัวแปรที่ใช้สำหรับหาคำตอบน้อยกว่าตัวแบบทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก จึงเหมาะสมกับผู้ที่มีข้อจำกัดทางด้านเครื่องมือ

4.4 เปรียบเทียบคำตอบระหว่างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยคิดค้นกับตัวแบบการจำลองคำตอบผ่านฟังชันก์ Evolutionary ในกรณีที่มีปัญหาขนาดใหญ่

การทดสอบนี้เป็นการนำโจทย์ปัญหาที่มีขนาดใหญ่ เพื่อนำมาเปรียบเทียบความแตกต่างของคำตอบจากตัวแบบทั้ง 2 ให้เห็นได้ชัดเจน โดยนำโจทย์ bay29 และ dantzig42 ที่มีขนาด 29 และ 42 สถานีตามลำดับ มาจาก Website TSPLIB [16] โดยผลที่ได้จากการทดลองมีดังต่อไปนี้

ตารางที่ 15 เปรียบเทียบค่า T ที่ได้ในขั้นตอนแรก

โจทย์	จำนวนพนักงาน	Gurobi Solver			Evolutionry		เปอร์เซ็นความต่างของค่า T
		T	เวลา (วินาที)	สถานะการประมวลผล	T	เวลา (วินาที)	
bays29	2	1122	9122	สมบูรณ์	1179	29	5.08%
	3	838	10800	ไม่สมบูรณ์	986	51	17.66%
	4	726	10800	ไม่สมบูรณ์	812	62	11.85%
dantzig42	2	488	10800	ไม่สมบูรณ์	530	42	8.61%
	3	432	10800	ไม่สมบูรณ์	477	43	10.42%
	4	389	10800	ไม่สมบูรณ์	421	71	8.23%

จากตารางที่ 15 จะเห็นได้ว่าการใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์หาคำตอบผ่าน Gurobi Solver จะประมวลผลสำเร็จแค่ 1 ข้อ โดยใช้เวลาประมวลผลถึง 9122 วินาที แต่ข้ออื่นๆนั้นจะไม่สามารถประมวลผลได้สำเร็จเนื่องจากถ้าหากปล่อยทิ้งให้มีการประมวลผลนานเกินไป Gurobi Solver จะขึ้นสถานะ “Out of Memory” หรือโปรแกรมจะค้างทำให้ไม่สามารถหาคำตอบได้ ทำให้ในข้ออื่นๆทางผู้วิจัยจะทำการหยุดการหาคำตอบที่เวลา 3 ชั่วโมง(10800 วินาที) แล้วนำผลที่ได้มาเปรียบเทียบ

จากผลที่ได้จะเห็นได้ว่าค่า T ที่ได้ในขั้นตอนที่ 1 ของตัวแบบทางคณิตศาสตร์ผ่าน Gurobi Solver จะมีค่าที่น้อยกว่าของตัวแบบจำลองผ่านฟังก์ชัน Evolutionary ทั้งหมด ทั้งๆที่คำตอบของตัวแบบทางคณิตศาสตร์เกือบทั้งหมดจะประมวลผลไม่สมบูรณ์ แต่ในแง่ของเวลาการหาคำตอบ ตัวแบบทางคณิตศาสตร์นั้นใช้เวลามากกว่าตัวแบบจำลองผ่านฟังก์ชัน Evolutionary อย่างชัดเจน

ตารางที่ 16 เปรียบเทียบคำตอบในขั้นที่ 2 กรณีพนักงาน 2 คน

โจทย์	เครื่องมือ	ระยะทาง		ะยะทางร	เวลา
		คนที่ 1	คนที่ 2		
bays29	Gurobi solver	1122	1103	2225	10800
	Evoluatinary	1179	1151	2330	46
	ค่าที่เพิ่มขึ้น	5.08%	4.35%	4.72%	-99.57%
dantzig42	Gurobi solver	488	476	964	10800
	Evoluatinary	530	517	1047	53
	ค่าที่เพิ่มขึ้น	8.61%	8.61%	8.61%	-99.51%
โจทย์	เครื่องมือ	ภาระงาน			
		คนที่ 1	คนที่ 2	พิสัย	std
bays29	Gurobi solver	50.43%	49.57%	0.85%	0.43%
	Evoluatinary	50.60%	49.40%	1.20%	0.60%
	ค่าที่เพิ่มขึ้น			0.35%	0.17%
dantzig42	Gurobi solver	50.62%	49.38%	1.24%	0.62%
	Evoluatinary	50.62%	49.38%	1.24%	0.62%
	ค่าที่เพิ่มขึ้น			0.00%	0.00%

หมายเหตุ: คำตอบที่ได้จากตัวแบบทางคณิตศาสตร์ผ่าน Gurobi Solver ทางผู้วิจัยได้หยุดการประมวลผลที่ 3 ชั่วโมง ด้วยเหตุผลเดียวกับการประมวลผลของตารางที่ 15

จากตารางที่ 16 จะเห็นได้ว่าระยะการเดินทางของพนักงานที่หาจากตัวแบบทางคณิตผ่าน Gurobi Solver จะมีค่าน้อยกว่า ระยะการเดินทางของตัวแบบจำลองผ่านฟังก์ชัน Evolutionary ทุกค่า นอกจากนั้นในส่วนของค่าพิสัย และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานยังมีค่าที่แทบจะไม่แตกต่างกันเลย ยกเว้นก็แต่เวลาประมวลผล ที่การหาคำตอบจากตัวแบบทางคณิตผ่าน Gurobi Solver จะมีค่าที่มากกว่า นอกจากนั้นก็ยังไม่สามารถประมวลผลให้ได้คำตอบคำตอบที่ดีที่สุดได้

ตารางที่ 17 เปรียบเทียบคำตอบในขั้นที่ 2 กรณีพนักงาน 3 คน

โจทย์	เครื่องมือ	ระยะทาง			ระยะทางรวม	เวลา
		คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
bays29	Gurobi solver	938	937	936	2811	10800
	Evoluatinary	986	963	949	2898	56
	ค่าที่เพิ่มขึ้น	5.12%	2.77%	1.39%	3.09%	-99.48%
dantzig42	Gurobi solver	432	406	382	1220	10800
	Evoluatinary	477	470	455	1402	63
	ค่าที่เพิ่มขึ้น	10.42%	15.76%	19.11%	14.92%	-99.42%
โจทย์	เครื่องมือ	ภาระงาน				
		คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	พิสัย	std
bays29	Gurobi solver	33.37%	33.33%	33.30%	0.07%	0.03%
	Evoluatinary	34.02%	33.23%	32.75%	1.28%	0.53%
	ค่าที่เพิ่มขึ้น				1.21%	0.50%
dantzig42	Gurobi solver	35.41%	33.28%	31.31%	4.10%	1.67%
	Evoluatinary	34.02%	33.52%	32.45%	1.57%	0.65%
	ค่าที่เพิ่มขึ้น				-2.53%	-1.02%

หมายเหตุ:คำตอบที่ได้จากตัวแบบทางคณิตศาสตร์ผ่าน Gurobi Solver ทางผู้วิจัยได้หยุดการประมวลผลที่ 3 ชั่วโมง ด้วยเหตุผลเดียวกับการประมวลผลของตารางที่ 15

จากตารางที่ 17 จะเห็นได้ว่าระยะการเดินทางของพนักงานที่หาจากตัวแบบทางคณิตผ่าน Gurobi Solver จะมีค่าน้อยกว่า ระยะการเดินทางของตัวแบบจำลองผ่านฟังก์ชัน Evolutionary ทุกค่า นอกจากนั้นในส่วนของค่าพิสัย และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานยังมีค่าที่แทบจะไม่แตกต่างกันเลย เพียงแต่ในโจทย์ของ dantzig42 ค่าจากตัวแบบจำลองผ่านฟังก์ชัน Evolutionary จะมีค่าที่ดีกว่าเล็กน้อย ในส่วนของการประมวลผล เวลาในการหาคำตอบจากตัวแบบทางคณิตผ่าน Gurobi Solver จะมีค่าที่มากกว่า และไม่สามารถประมวลผลให้ได้คำตอบคำตอบที่ดีที่สุดได้

ตารางที่ 18 เปรียบเทียบคำตอบในขั้นที่ 2 กรณีพนักงาน 4 คน

โจทย์	เครื่องมือ	ระยะทาง				ระยะทางรวม	เวลา
		คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4		
bays29	Gurobi solver	726	723	720	683	2852	10800
	Evoluatinary	812	802	775	769	3158	68
	ค่าที่เพิ่มขึ้น	11.85%	10.93%	7.64%	12.59%	10.73%	-99.37%
dantzig42	Gurobi solver	389	389	386	376	1540	10800
	Evoluatinary	421	417	414	383	1635	84
	ค่าที่เพิ่มขึ้น	8.23%	7.20%	7.25%	1.86%	6.17%	-99.22%
โจทย์	เครื่องมือ	ภาระงาน					
		คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	พิสัย	std
bays29	Gurobi solver	25.46%	25.35%	25.25%	23.95%	1.51%	0.61%
	Evoluatinary	25.71%	25.40%	24.54%	24.35%	1.36%	0.57%
	ค่าที่เพิ่มขึ้น					-0.15%	-0.04%
dantzig42	Gurobi solver	25.26%	25.26%	25.06%	24.42%	0.84%	0.35%
	Evoluatinary	25.75%	25.50%	25.32%	23.43%	2.32%	0.92%
	ค่าที่เพิ่มขึ้น					1.48%	0.58%

หมายเหตุ:คำตอบที่ได้จากตัวแบบทางคณิตศาสตร์ผ่าน Gurobi Solver ทางผู้วิจัยได้หยุดการประมวลผลที่ 3 ชั่วโมง ด้วยเหตุผลเดียวกับการประมวลผลของตารางที่ 15

จากตารางที่ 18 ผลคำตอบที่ได้แทบไม่ต่างจากตารางที่ 16 และ 17 ในด้านของค่าระยะทางที่คำตอบจากตัวแบบทางคณิตผ่าน Gurobi Solver จะดีกว่าค่าจากตัวแบบจำลองผ่านฟังก์ชัน Evolutionary ทุกค่า และมีค่าพิสัย กับค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานที่ไม่ค่อยแตกต่างกัน ในส่วนของการประมวลผล การคำตอบจากตัวแบบทางคณิตผ่าน Gurobi Solver ก็จะใช้เวลามากกว่าอย่างชัดเจนเช่นกัน

จากการทดลองในส่วนนี้ สามารถบอกได้ว่าหากปัญหามีขนาดที่ใหญ่ขึ้นคำตอบของทั้ง 2 ตัวแบบจะมีความแตกต่างกัน โดยคำตอบจากตัวแบบทางคณิตศาสตร์จะมีค่าระยะทางที่น้อยกว่าคำตอบจากตัวแบบจำลองผ่านฟังก์ชัน Evolutionary ในขณะที่ค่าของพิสัย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานแทบจะไม่แตกต่างกัน แต่ในด้านของการประมวลผล การหาคำตอบผ่านตัวแบบจำลองผ่านฟังก์ชัน Evolutionary จะใช้เวลาที่น้อยกว่าเป็นอย่างมาก นอกจากนั้นในการหาคำตอบผ่านตัวแบบคณิตศาสตร์ผ่าน Gurobi Solver ก็ยังไม่สามารถประมวลผลจนเสร็จสิ้นได้ ทั้งๆ ที่ Gurobi Solver จัดเป็นโปรแกรมที่มีประสิทธิภาพ

สูง จึงอาจกล่าวได้ว่าตัวแบบทางคณิตศาสตร์หรือโปรแกรมหาคำตอบในปัจจุบัน อาจยังไม่ดีพอสำหรับการแก้ไขปัญหาขนาดใหญ่

5. สรุปผล

งานวิจัยนี้ผู้วิจัยสามารถสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์เพื่อจัดสมดุลการเดินทางของพนักงานแต่ละคนได้ผ่านหลักการค่าน้อยสุดของค่ามากสุดในขั้นต้น และใช้คำตอบจากขั้นต้นสร้างเป็นเงื่อนไขเพิ่มเติมเพื่อปรับระยะทางของคำตอบสุดท้ายให้มีระยะการเดินทางที่น้อยที่สุดเท่าที่เป็นไปได้ โดยจากผลการทดลองที่ได้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัยจะสามารถลดค่าพิสัยและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของเปอร์เซ็นต์ภาระงานลงได้เสมอเมื่อเทียบกับการหาคำตอบผ่านตัวแบบปกติแต่สิ่งที่ต้องแลกเปลี่ยนสำหรับการจัดสมดุลก็คือระยะทางที่เพิ่มขึ้น นอกจากนั้นแล้วตัวแบบที่ได้นั้นมีข้อเสียคือ จำนวนตัวแปรที่ใช้จะมากถึง $(m+1)n^2+1$ (n เป็นจำนวนสถานี และ m เป็นจำนวนพนักงาน)

ส่วนของการสร้างตัวแบบการจำลองหาคำตอบผ่านฟังก์ชัน Evolutionary ผู้วิจัยได้สร้างตัวแบบผ่านการประยุกต์ใช้ทฤษฎีแต่งเติมเมตริกซ์ของ โจเซฟ เอ สเวสก้า โดยจากผลการทดลองในปัญหาขนาดเล็กคำตอบที่ได้นั้นไม่แตกต่างจากการใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์หาคำตอบ ในส่วนผลการทดลองของปัญหาขนาดใหญ่คำตอบที่ได้จากตัวแบบทางคณิตศาสตร์จะมีค่าที่น้อยกว่าเสมอ โดยมีการกระจายภาระงานที่ไม่ค่อยแตกต่างกัน แต่ในด้านเวลาประมวลผลตัวแบบการจำลองหาคำตอบผ่านฟังก์ชัน Evolutionary จะใช้เวลาที่น้อยกว่าเป็นอย่างมาก นอกจากนั้นแล้วตัวแบบที่ได้จะมีตัวแปรเพียงแค่ m+n-2 เท่านั้น

เนื่องจากฟังก์ชัน Evolutionary มีเป็นฟังก์ชันที่สร้างจากหลักการของ Genetic Algorithm ซึ่งสามารถปรับค่าปัจจัยได้ 3 ปัจจัยหลักๆคือ Mutation Rate, Population Size และ Maximize Time without improvement ทำให้การทำงานวิจัยต่อเนื่องสามารถนำค่าปัจจัยทั้ง 3 มาศึกษาว่าต้องกำหนดปัจจัยทั้ง 3 เช่นไรจึงจะทำให้คำตอบที่ได้มีคำตอบใกล้เคียงหรือเท่ากับค่าที่ดีที่สุดในกรณีที่ปัญหามีขนาดใหญ่

6. เอกสารอ้างอิง

[1] Gurobi Solver. (2 March 2015). Gurobi Solver. [Online] Available http://www.solver.com /gurobi-solver- engine

[2] B. Meindl and M. Templ. “Analysis of commercial and free and open source solvers for the cell suppression problem”, *Transactions on Data Privacy, Vol 6*, pp.147-159, 2013

[3] K. Mathur and D. Solow. *Management Science: The Art of Decision Making*. Prentice-Hall, 1994.

[4] D. Davendra. *Traveling Salesman Problem, Theory and Applications*. InTech, 2010.

[5] G. B. Dantzig, D. R. Fulkerson and S. M. Johnson. “Solution of a large-scale traveling salesman problem”, *Operations Research, Vol. 2*, pp.393-410, 1954

[6] C. E. Miller, A. W. Tucker and R. A. Zemlin. “Integer programming formulation of traveling salesman problems”, *Journal of ACM, Vol. 7*, pp.326–9, 1960.

[7] B. Galvish. “A note on the formulation of the m-salesman traveling salesman problem”, *Management Science, Vol.22*, pp. 704-5, 1976

[8] G. Laporte and Y. Nobert. “A cutting planes algorithm for the m-salesmen problem”, *Journal of the Operational Research Society, Vol. 31*, pp. 1017-23, 1980

[9] R.V. Kulkarni and P.R. Bhave. “Integer programming formulations of vehicle routing problems”, *European Journal of Operational Research, Vol.20*, pp.58-67, 1985

[10] I. Kara and T. Bektas. “Integer programming formulations of multiple salesman problems and its variations”, *European Journal of Operational Research, Vol.174*, pp.1449-1458, 2006

[11] Xu Hong-li and Zhang Cheng-ming. "The research about balanced route MTSP Based on hybrid algorithm". *2009 International Conference on Communication Software and Networks*. 27-28 Feb. 2009. Macau: pp. 533 – 536

[12] P. H. Williams. *Model Building in Mathematical Programming.* 5th edition. Wiley, 2013.

[13] ศักดิ์สิทธิ์ ศุขสุเมฆ. *สร้างแบบจำลองเพื่อการตัดสินใจ Optimization Modeling ด้วย Excel (Solver).* SE-EDUCATION, 2014.

[14] C. T. Ragsda. *Spreadsheet Modeling & Decision Analysis*. Sixth Edition. South-Western Cengage Learning, 2012.

[15] J. A. J Svestka and V. E. Huckfeldt. "Computational experience with an m-salesman traveling salesman algorithm", *Management Science,* Vol. 19, No. 7, March, 1973.